工程数学（一）

一、、计算下列行列式：

1、 =  = =6123000

2、***D****n*=

解：***D****n*=(把第三列的-1倍加到其余各列)

===6(n-3)! (n≥3)

二、已知X=AX+B，其中A=, B=，求X

解：(E-A)X=B⇒X=(E-A)-1B

E-A=-=,(E-A)-1=

X==

三、求向量组α1=(1,-2,3,-1,2),α2=(3,-1,5,-3,-1),α3=(5,0,7,-5,-4),α4=(2,1,2,-2,-3)的一个极大线性无关组，并用该极大线性无关组线性表示出其它向量。

解：

令A=(α1T,α2T,α3T,α4T)=

α1,α 2,为一极大线性无关组，且α3= -α1+2α2,α 4=-α1+α2

四、求方程组的一个基础解系。

解：A=~~

同解方程组是：　所以基础解系是：

五、已知线性方程组，问a,b为何值时,方程组有解?

并求其通解。

解：B=~,当R(A)=R(B)时，即当a=1,b=3时方程组有解。

此时B~~,

⇒

方程组的通解是：=C1 +C2+ C3+

工程数学（二）

一、计算下列行列式：

1、=  = ==- 37

2、Dn=

解：Dn==(n-1)

=(n-1)=(-1)n-1(n-1)

二、解矩阵方程

解：设，则|A|==6

A11= -4，A21=4，A31= -2；A12=5，A22= -2，A32=1；A13=7，A23= -4，A33= -1，

A-1=

X=A-1B==

三、求向量组α1=(1,4,1,0),α2=(2,1,-1,-3),α3=(1,0,-3,-1),α4=(0,2,-6,3),的一个极大线性无关组。

解：　令(1T, 2T, 3T, 4T)

=~~~

α1,α2,α3是极大线性无关组。

四、求方程组的基础解系

解：A=



基础解系=,=,3=

五、已知线性方程组

a,b为何值时，有无穷多解，并求之。

解：

B=~~

当a= -1,b=0时,方程组有无穷多组解。

此时B~~

同解方程组为，通解

**工程数学（三）**

一、在三个箱子中, 第一箱装有4个黑球, 1个白球; 第二箱装有3个黑球, 3个白球; 第三箱装有3个黑球, 5个白球. 现任取一箱, 再从该箱中任取一球。(1) 求取出的球是白球的概率；(2) 若取出的为白球, 求该球属于第二箱的概率.

**解** (1)以*A*表示“取得球是白球”，表示“取得球来至第*i*个箱子”,*i*=1,2,3.

则***P*()=,** *i*=1,2,3, **.**

由全概率公式知

*P*(*A*)=.

(2) 由贝叶斯公式知 *P*()=

二、 甲、乙两人各自向同一目标射击, 已知甲命中目标的概率为 0.7, 乙命中目标的概率为0.8. 求：

(1) 甲、乙两人同时命中目标的概率；

(2) 恰有一人命中目标的概率；

(3) 目标被命中的概率.

**解** 甲、乙两人各自向同一目标射击应看作相互独立事件. 于是

(1) 

(2) 

(3) 

三、设连续型随机变量*X*具有概率密度函数



求: (1) 常数*A*；(2) *X*的分布函数*F*(*x*).

**解** (1) 由概率密度的性质可得

,

于是 ；

(2) 由公式可得

当*x*≤0时, ;

当≤1时, ;

当≤2时, ;

当*x*>2时, .

所以 

四、 设随机变量, 若, 求.

**解** 因为所以. 由条件可知

,

于是, 从而.

所以 .

五、游客乘电梯从底层到电视塔顶观光, 电梯于每个整点的第分钟、第分钟和第分钟从底层起行. 假设一游客在早八点的第*X*分钟到达底层侯梯处, 且*X*在区间[0, 60]上服从均匀分布. 求该游客等候电梯时间的数学期望.

**解：**已知*X*在[0,60]上服从均匀分布, 其概率密度为



记*Y*为游客等候电梯的时间,则



因此, 



=11.67(分钟)..

六、设总体服从参数为的指数分布, 即的概率密度为



其中为未知参数, *X*1, *X*2, …, *Xn*为来自总体*X*的样本, 试求未知参数的矩估计量与极大似然估计量.

**解** 因为*E*(*X*)= =, 所以的矩估计量为. 设*x*1, *x*2,*…*, *x n*是相应于样本*X*1, *X*2,*…* ,*X n*的一组观测值, 则似然函数

,

取对数 .

令 得的极大似然估计值为,的极大似然估计量为.

七、假设某种香烟的尼古丁含量服从正态分布. 现随机抽取此种香烟8支为一组样本, 测得其尼古丁平均含量为18.6毫克, 样本标准差*s*=2.4毫克. 试求此种香烟尼古丁含量的总体方差的置信水平为0.99的置信区间．

**解** 已知*n*=8, *s*2=2.42, *α* = 0.01, 查表可得, , 所以方差*σ* 2的置信区间为

=(1.988, 40.768).

八、 统计资料表明某市人均年收入服从元的正态分布. 对该市从事某种职业的职工调查人, 算得人均年收入为元, 样本标准差元. 取显著性水平0.1, 试检验该种职业家庭人均年收入是否高于该市人均年收入?

**解** 由于总体方差未知, 故提出假设 *H*0:*μ*≤*μ*0=2150; *H*1:*μ*>*μ*0.

对于*α*=0.1, 选取检验统计量, 拒绝域为

*t*>=*t*0.1(29)=1.3114.

代入数据*n*=30, =2280, *s*=476, 得到

>1.3114.

所以拒绝原假设, 可以认为该种职业家庭人均年收入高于市人均年收入.

**工程数学（四）**

一、 袋中有9个球, 其中有4个白球和5个黑球. 现从中任取两个球. 求：

(1) 两个球均为白球的概率；

(2) 两个球中一个是白的, 另一个是黑的概率；

(3）至少有一个黑球的概率.

**解** 从9个球中取出2个球的取法有种，两个球都是白球的取法有种，一黑一白的取法有种，由古典概率的公式知道

(1) 两球都是白球的概率是;

1. 两球中一黑一白的概率是;
2. 至少有一个黑球的概率是1.

二、 甲、乙、丙三人同时对某飞机进行射击, 三人击中的概率分别为0.4, 0.5, 0.7. 飞机被一人击中而被击落的概率为0.2, 被两人击中而被击落的概率为0.6, 若三人都击中, 飞机必定被击落. 求该飞机被击落的概率.

**解**  目标被击落是由于三人射击的结果, 但它显然不能看作三人射击的和事件. 因此这属于全概率类型. 设*A*表示“飞机在一次三人射击中被击落”, 则表示“恰有*i*发击中目标”. 为互斥的完备事件组. 于是

没有击中目标概率为,

恰有一发击中目标概率为

,

恰有两发击中目标概率为

,

恰有三发击中目标概率为

.

又已知 ,

所以由全概率公式得到



三、已知随机变量*X*只能取-1,0,1,2四个值, 且取这四个值的相应概率依次为. 试确定常数*c*, 并计算条件概率.

**解** 由离散型随机变量的分布律的性质知，



所以.

所求概率为 *P*{*X*<1| *X* }=.

四、 设连续型随机变量*X*的分布函数为



求: (1) *X*的概率密度; (2).

**解** (1) 根据分布函数与概率密度的关系,

可得 

(2) .

五、设随机变量, 随机变量



求期望和方差.

**解** 因为*X*的概率密度为



于是*Y*的分布率为

,

,

.

因此

,

.

故有 .

六、 设总体的概率密度为



其中*θ>*-1是未知参数, *X*1,*X*2,*…*,*Xn* 是来自的容量为*n*的简单随机样本,

求: (1) 的矩估计量；

(2) *θ*的极大似然估计量.

**解**  总体 *X* 的数学期望为

.

令, 即, 得参数*θ*的矩估计量为.

设*x*1, *x*2,*…*, *x n*是相应于样本*X*1, *X*2,*…* , *X n*的一组观测值, 则似然函数为



当0<*xi*<1(*i*=1,2,3,…,*n*)时, *L*>0且 ,

令 =0, 得

*θ*的极大似然估计值为 ,

而*θ*的极大似然估计量为 .

七、 为调查某地旅游者的平均消费水平, 随机访问了40名旅游者, 算得平均消费额为元, 样本标准差元. 设消费额服从正态分布. 取置信水平为0.95, 求该地旅游者的平均消费额的置信区间.

**解**  计算可得 *s*2=282.对于*α* = 0.05, 查表可得

.

所求*μ*的置信区间为



 =(96.045, 113.955).

八、从某种试验物中取出24个样品，测量其发热量, 算得平均值11958, 样本标准差．设发热量服从正态分布. 取显著性水平*α=*0.05, 问是否可认为该试验物发热量的期望值为12100?

**解** 提出假设 *H*0: *μ*=*μ*0=12100; *H*1:*μ*≠*μ*0 .

对于*α*=0.05, 选取检验统计量, 拒绝域为

|*t*|>=*t*0.025(23)=2.0687

代入数据*n*=24, =11958, *s*=316, 得到

>2.0687.

所以拒绝原假设, 不能认为该试验物发热量的期望值为12100.